한국산학기술학회논문지
Vol. 10, No. 8, pp. 2038-2043, 2009

균일모멘트를 받는 조밀단면 T형보의 횡-비틀림 좌굴강도 기준식에 관한 연구

박종섭[1*], 김용희[1], 이규세[2]
[1]상명대학교 공과대학 건설시스템공학과
[2]선문대학교 공과대학 토목공학과

A Study on Lateral-Torsional Buckling Strength Equation of Compact T-Beam Subjected to Pure Bending

Jong-Sup Park[1*], Yong-Hee Kim[1] and Gyu-Sei Yi[2]
[1]**Department of Civil Engineering, Sangmyung University**
[2]**Department of Civil Engineering, Sunmoon University**

요 약 본 연구는 유한요소해석을 이용하여 순수 휨이 작용하는 T형 단면보의 탄성 횡-비틀림 좌굴강도에 대해 기술하고 있다. 유한요소해석을 통해 얻어진 결과는 AISC-LRFD(2007)설계기준과 비교되었으며, 검토결과 AISC-LRFD 제안식을 이용하여 얻어지는 값들이 유한요소해석 결과보다 큰 값을 나타내고 있어 안전측 설계를 유도하고 있지 못하고 있다. 이에 본 연구에서는 수정된 설계 계산식을 제안하고 예제를 통해 활용성을 검토하였다. 새로운 설계 계산식은 T형보의 횡-비틀림 좌굴강도 산정에 쉽게 적용될 수 있으며, 다양한 하중이 작용하는 경우 T형보의 연구에 적극 활용 될 수 있을 것이다.

Abstract This study investigates elastic lateral-torsional buckling(LTB) of T-beams subjected to pure bending using finite element analysis(FEA). The results from the FEA are compared with those from the current American Institute of Steel Council(AISC) Load and Resistance Factor Design(LRFD) Specifications. The comparison indicates that AISC-LRFD provide unsafe values for T-beam subjected to pure bending. Therefore, a new design equation are presented using results from the FEA. The new equation could be easily used to calculate the elastic lateral-torsional buckling moment resistance of T-beam for beam design and to expand the new equation for developing LTB equations of T-beam subjected to general loading conditions such as a concentrated load, distributed load, or a seres of concentrated load.

Key Words : Lateral-Torsional Buckling, T-beam, Pure Bending, Beam Design, Finite Element Analysis

1. 서론

일반적으로 건물의 지붕이나 트러스 구조물 부재로 T형보가 널리 사용되고 있다. T형 부재의 휨부재 적용은 한계상태설계법으로의 강구조설계가 진화하면서 정확한 휨강도에 대한 평가가 필요시 되고 있다.

휨강도 결정의 주요 설계인자인 횡-비틀림 좌굴강도 산정은 많은 연구자들의 연구주제였다. 그러나 대부분의 연구는 I형 단면을 가지는 휨부재에 초점을 맞추고 있으며, T형 단면을 포함한 일축대칭 단면에 대해 일부 연구가 진행된 바 있다(Timoshenko등[1]; Trahair[2]; Kitipornchai와 Trahair[3]). 그러나 시공이 용이하고 유지보수가 저렴한 T형단면의 휨부재에 관한 연구는 상대적으로 주목받지 못했다.

T형보는 휨에 의한 압축응력을 상대적으로 큰 플랜지가 부담하도록 함으로써 경제적인 단면활용이 가능하다. 그러나 일반적인 I형 이축 또는 일축 대칭 단면에 비해 좌굴 거동이 복잡하다. 복부가 인장응력을 받을 때 좌굴

*교신저자 : 박종섭(jonpark@smu.ac.kr)
접수일 09년 02월 16일 수정일 (1차 09년 05월 14일, 2차 09년 07월 20일, 09년 07월 23일) 게재확정일 09년 8월 19일

강도는 증가하지만 압축응력을 받을 때는 국부좌굴과 횡-비틀림 좌굴에 대한 상세 검토가 실시되어야 한다. Kitipornchai와 Wang[4]은 에너지방법(Energy Method)을 적용하여 T형 단면의 횡-비틀림좌굴에 대한 이론적 연구를 실시하여 선형모멘트하중를 받는 T형보의 횡-비틀림 좌굴강도를 여러 개의 그래프로 제시한 바 있다. Ellifritt 등[5]은 T형단면을 가지는 보의 강도 산정식 평가를 위하여 8개의 시험체를 제작하여 정·부 모멘트 실험을 실시하였다. 실험결과를 통하여 식(1)과 같은 AISC-LRFD [6] 제안식의 적절성을 판단하였다.

$$F_b = \frac{34{,}000 C_b \sqrt{I_y J}}{L_b S_x}\left(\sqrt{1+B^2} - B\right) \quad (1)$$

$$B = 2.3\left(\frac{d}{L_b}\right)\sqrt{\frac{I_y}{J}} \quad (2)$$

여기서 C_b=모멘트 구배 수정계수, L_b=비지지 길이; I_y=y축에 대한 단면 2차 모멘트; J=비틀림상수; d=단면의 총 높이이다.

최신의 AISC-LRFD 설계기준[7]은 다음과 같이 T형단면의 횡-비틀림 좌굴강도를 산정하도록 제안하고 있다.

$$M_n = M_{cr} = \frac{\pi\sqrt{EI_y GJ}}{L_b}\left(B + \sqrt{1+B^2}\right) \quad (3)$$

$$B = \pm\, 2.3\left(\frac{d}{L_b}\right)\sqrt{\frac{I_y}{J}} \quad (4)$$

여기서 E=탄성계수; G=전단탄성계수이다. 식(4)의 B의 부호(±)결정은 T형 복부가 인장을 받으면 +부호를, 압축을 받으면 -부호를 적용한다. 모멘트 구배계수(C_b)는 모든 하중에 있어서 안전측으로 1.0을 적용하고 있다.

본 연구에서는 간편성과 안전성 설계를 유도하고 있는 미국 AISC-LRFD 설계기준[7]의 T형 단면 횡-비틀림 좌굴강도 계산식의 적절성을 유한요소해석을 통해 검증하고, 균일 모멘트 하중을 받는 T형 단면의 개선된 횡-비틀림 좌굴강도 계산식을 제안하고자 한다.

2. 유한요소해석 모델링

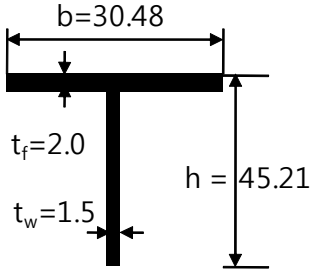
3차원 범용 구조해석 프로그램인 ABAQUS [8]가 유한요소해석에 적용되었고, S4R 쉘요소(Shell Element)가 단면 모델링에 사용되었다. 유한요소해석모델링의 적절성을 평가하고자 I형과 T형 단면의 횡-비틀림 좌굴강도 이론식과 유한요소해석결과와의 비교를 통하여 단면의 크기에 따라 복부는 4~14개, 플랜지는 4~12개의 요소수를 적용하였다. 표 1은 수렴도 평가 단면 중 일부 T형 부재의 이론값(Kitipornchai와 Wang, 1985)과 유한요소해석(Finite Element Analysis; FEA) 결과를 비교하고 있다.

[표 1] T형 단면 모델링 요소수 수렴도 평가

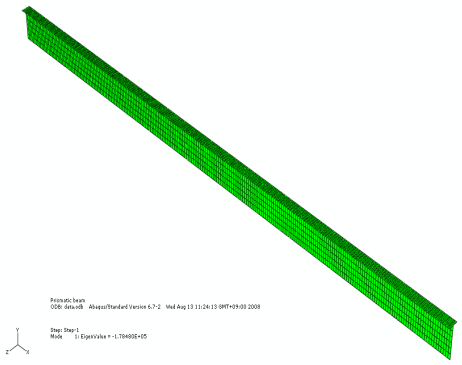
단면종류	적용 요소수			좌굴강도 (kN-m)		비교 (%)
	길이 방향	폭	복부	K&W (1985)	FEA	
WT9×23	180	6	6	136	131	4
WT9×155.5	154	8	8	6,614	6,513	2
WT10.5×83	80	4	4	2,215	2,144	3
W16.6×131.5	220	10	10	3,022	2920	3
WT16.5×159	280	12	14	4,778	4572	4

본 연구에는 AISC-LRFD 설계기준[7]에 제시되고 있는 T형 단면 중 조밀단면(Compact section)18개를 선정하여 유한요소해석을 실시하였다. 그림 1은 사용된 18개 단면 중 WT18×67.5 단면을 나타내고 있으며, 그림 2는 유한요소해석모델을 보여주고 있으며, 그림 3은 유한요소해석을 통해 얻어지는 대표적인 횡-비틀림 좌굴모드를 나타내고 있다.

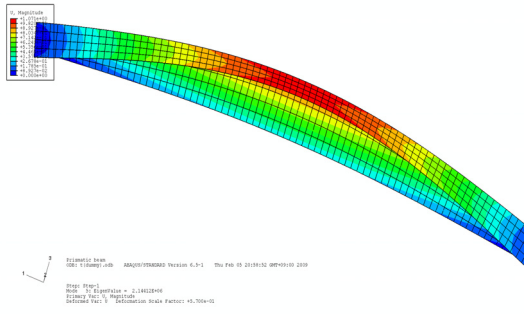
유한요소해석에 사용된 T형단면 부재의 비지지 길이는 탄성 횡-비틀림 좌굴강도를 산정하기 위하여 단면별로 비지지길이와 단면높이 비(L_b/h)가 20이 되도록 결정하였다.



[그림 1] WT18×67.5 단면의제 원(단위:cm)

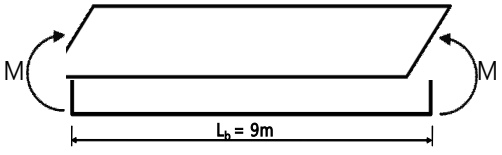


[그림 2] 유한요소해석 모델(WT18×67.5)

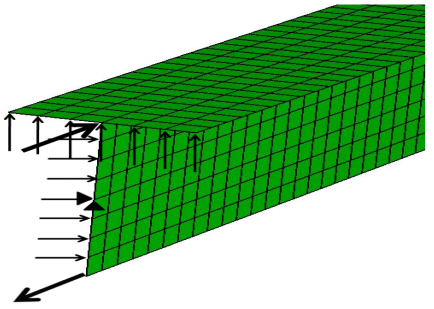


[그림 3] 좌굴 형상(WT10.5×83)

그림 4는 부재의 양 끝단에 작용하는 순수 휨 하중과 WT18×67.5 단면의 비지지 길이를 나타내고 있다. 그림 5는 경계조건 및 하중재하방법의 상세이다. 그림 5에 나타낸 바와 같이 지점부에 국부좌굴이 발생하지 않도록 경계조건을 적용하였으며, 그림 5는 롤러 경계를 나타내고 있다. 그림 4의 순수 휨은 그림 5에 나타낸 바와 같이 우력모멘트로 구현하였다. 표 2는 해석에 적용된 18개 단면의 높이와 비지지길이를 나타내고 있다. 유한요소해석에 사용된 탄성계수는 210GPa이고, 경계조건은 롤러와 힌지로 구성된 단순보 경계조건이 적용되었다.



[그림 4] 작용하중 및 WT18×67.5 비지지길이



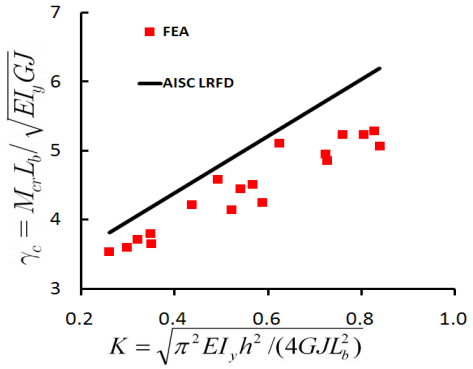
[그림 5] 경계조건 및 하중 재하방법상세

[표 2] 검토단면의 단면제원

검토 단면	단면의 제원(cm)			
	총 높이 (d)	플랜지 두께 (t_f)	유효 높이 (h)	비지지 길이 (L_b)
WT 4×6.5	10.16	0.58	0.987	200
WT 7×17	17.75	1.16	11.95	350
WT 8×50	21.56	1.49	20.82	430
WT 9×23	22.94	1.50	22.19	450
WT 9×155.5	28.45	3.86	26.52	550
WT 10.5×27.5	26.42	1.33	25.76	520
WT 10.5×83	28.45	1.91	24.53	500
WT 12×34	30.23	1.49	29.49	600
WT 12×167.5	35.05	3.50	33.30	700
WT 13.5×64.5	35.05	2.79	33.66	680
WT 13.5×184	38.61	3.50	36.86	750
WT 15×163	41.15	2.90	39.70	800
WT 16.5×131.5	43.94	3.99	41.95	850
WT 16.5×159	44.70	2.64	43.38	900
WT 18×67.5	45.21	2.00	44.21	900
WT 20×147	51.31	4.90	48.86	1000
WT 20×296.5	54.61	4.55	52.34	1100
WT 20×115	54.61	3.10	53.06	1100

3. 유한요소해석 결과

순수 휨이 작용하는 T형 조밀단면 보의 탄성 횡-비틀림 좌굴강도를 유한요소해석을 통해 산정하고 AISC-LRFD 설계기준[7]과 비교하였다. 그림 6에 나타낸 바와 같이 유한요소해석결과는 모두 AISC-LRFD 제안식을 통해 얻어진 값들보다 작은 값을 나타내고 있어 기존 설계식이 순수휨 작용시 안전하지 못한 값을 나타내는 것을 알 수 있다.



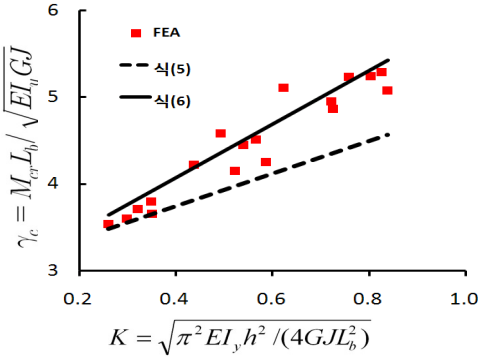
[그림 6] 유한요소해석결과와 AISC-LRFD 비교

유한요소해석결과를 토대로 식(5)와 식(6)을 검토하여, 그림 7에 나타내었다. 식(5)와 (6)은 AISC-LRFD 설계계수 B의 상수 계수 값을 일부 수정한 것이다.

$$B^{TB} = 1.2\left(\frac{d}{L_b}\right)\sqrt{\frac{I_y}{J}} \tag{5}$$

$$B^{TB} = 1.5\left(\frac{d}{L_b}\right)\sqrt{\frac{I_y}{J}} \tag{6}$$

그림 7에 나타낸 바와 같이 식(6)은 유한요소해석값의 중간값을 나타내고, 식(5)는 안전측의 값을 보이고 있다. 표 3은 유한요소해석결과, AISC-LRFD 제안식 결과 및 식(6)의 결과를 비교하고 있다. 비교결과 AISC-LRFD 제안식 중 가장 큰 차이는 -35.5%이고 식 (6)중 가장 큰 차이는 -8.5% 있다. 따라서 식(6)을 적용하여 T형단면 휨부재에 순수 휨이 작용할 때 정확한 횡-비틀림 좌굴강도를 산정할 수 있을 것이다.



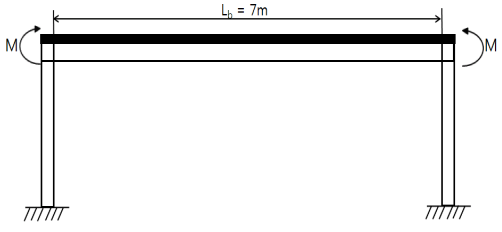
[그림 7] 유한요소해석결과와 제안식(5), (6)적용한 설계식 비교

[표 3] 해석결과, AISC-LRFD 설계식 및 제안식 비교

검토 단면	좌굴강도(kN-m)				
	FEA	AISC LRFD	비교 (%)	식(6)	비교 (%)
WT 4×6.5	28	33	18	29	4
WT 7×17	137	168	23	147	7
WT 8×50	996	1,244	25	1,120	12
WT 9×23	131	147	12	133	2
WT 9×155.5	6,513	7,092	9	6,785	4
WT 10.5×27.5	202	236	17	207	2
WT 10.5×83	2,144	2,362	10	2,153	0
WT 12×34	262	304	16	267	2
WT 12×167.5	5,817	6,388	10	6,039	4
WT 13.5×64.5	718	843	17	769	7
WT 13.5×184	6,398	7,045	10	6,385	0
WT 15×163	5,061	5,407	7	5,007	1
WT 16.5×131.5	2,920	3,518	20	3,181	9
WT 16.5×159	4,572	4,718	3	4,329	5
WT 18×67.5	602	678	13	598	1
WT 20×147	1,937	1,970	2	2,108	9
WT 20×296.5	9,479	10,582	12	10,036	6
WT 20×115	1,669	1,970	18	1,746	5

4. 설계 예제

제안된 설계식의 적용성을 검토하고 설계식의 간편성과 유용성을 단층구조물 예제를 통해 적용해 보았다. 그림 7은 T형보를 사용한 단층 주차장 구조물을 단순화하여 나타내고 있으며, 구조물의 상부를 균일단면 T형보가 사용되었다. 사용된 단면은 WT12×167.5이며 하중은 균일모멘트를 작용시켰다.



[그림 7] 설계 예제 구조물

계산에 필요한 WT12×167.5의 단면상수값들은 표 4에 나타내었다.

[표 4] 단면 상수

비지지길이(L_b)	7 m
높이(d)	0.3505 m
단면2차모멘트(I_y)	2.13×10^{-4} m^4
단면 계수(S_x)	1.27×10^{-2} m^3
비틀림 상수(J)	3.32×10^{-5} m^4

국부좌굴의 발생가능성을 검토하고자 조밀단면 여부를 판정하였다.

$$b/t_f = 2.7$$

$$\lambda_p = 0.38\sqrt{E/F_y} = 9.2,$$

$$\lambda_r = 1.0\sqrt{E/F_y} = 24.3$$

$b/t_f < \lambda_p$이므로 본 단면은 조밀단면이다.

(E=210GPa, F_y=344.5MPa)

AISC-LRFD 설계기준(2007)에 따라 계산을 실시하면 다음과 같다.

$$B = \pm 2.3\left(\frac{d}{L_b}\right)\sqrt{\frac{I_y}{J}} = 0.266$$

$$M_n = M_{cr} = \frac{\pi\sqrt{EI_yGJ}}{L_b}\left(B + \sqrt{1+B^2}\right)$$

= 639 kN-m

본 논문에서 제시하고 있는 제안식을 사용하면 다음과 같다.

$$B = \pm 1.5\left(\frac{d}{L_b}\right)\sqrt{\frac{I_y}{J}} = 0.173$$

$$M_n = M_{cr} = \frac{\pi\sqrt{EI_yGJ}}{L_b}\left(B + \sqrt{1+B^2}\right)$$

= 584 kN-m

두 제안식의 결과와 유한요소해석을 통해 얻어진 결과를 표 5에 나타내었다. 표 4에 나타낸 바와 같이 유한요소해석결과와 AISC-LRFD와의 차이는 9.8%, 제안식과의 차이는 0.34%를 나타내고 있다.

[표 5] 해석결과와 계산결과의 비교

횡-비틀림 좌굴강도 (kN-m)				
유한요소해석 결과	제안식	비교 (%)	AISC LRFD	비교 (%)
582	584	0.34	639	9.8

5. 결론

본 연구는 균일 모멘트를 받는 T형보의 탄성 횡-비틀림 좌굴강도 산정식을 개발하기 위하여, 범용구조해석 프로그램 ABAQUS (2007)를 사용하여 유한요소해석을 실시하였다. 해석결과는 AISC- LRFD 설계기준(2007)과 비교·검토되었으며, 개선된 설계식이 제안되었다. 본 연구를 통해 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

1. AISC-LRFD 설계기준(2007)의 T형단면 설계식은 균일모멘트 작용시 유한요소해석결과 보다 큰 값을 나타내고 있어 안전하지 못한 결과를 나타내었다. 검토된 18개의 단면 중 최대 차이는 35.5%였으며, 최소 차이는 8.9%이다.
2. AISC-LRFD 설계식의 무차원 B의 계수를 수정하여 새로운 제안식을 개발하였다. 새롭게 제안된 식의 오차 범위는 검토된 18개 단면에 있어서 0.2%~8.5%이다.
3. 본 연구를 통해 개발된 식은 균일 모멘트하중이 작용할 때 적용 가능한 식으로 경제적이고 합리적인 설계에 적극 활용될 수 있을 것이다. 또한 다양한 하중을 받는 T형보의 횡-비틀림 좌굴강도 산정식 개발연구에 적극 활용 가능할 것이다.

참 고 문 헌

[1] Timoshenko, S., and Gere, J. . *Theory of elastic stability*, McGraw-Hill, New York, 1961.

[2] Trahair N.S., *Flexural-Torsional Buckling of Structures,* Champman and Hall, London, U.K, 1993.

[3] Kitipornchai, s. and Trahair, N. S., Buckling Properties of Monosymmetric I-Beams, *Journal of the Structural Division*, Vol. 106, No. ST-5, pp. 941-957, 1980.

[4] Kitipornchai, S. and Wang. C. M., Lateral Buckling of

Tee Beams Under Moment Gradient, *Journal of Computers & Structures*, Vol. 23, No. 1, pp. 69-76, 1986.

[5] Ellifritt, D.S., Wine. G., Galambos, T.V., and Cornell, C.A, "Flexural Strength of WT Sections," *Engineering Journal*, AISC, Vol.29, No.2,2nd Quarter, pp. 67-74, 1982.

[6] American Institute of Steel Construction (AISC), *LRFD Specifications,* Chicago, Illinois, 1986.

[7] American Institute of Steel Construction (AISC), *LRFD Specifications,* Chicago, Illinois, 2007.

[8] ABAQUS Ins., *ABAQUS/Standard User`s Manual(ver. 6.7-2),* 2007.

박 종 섭(Jong-Sup Park) **[정회원]**

- 1994년 2월 : 고려대학교 토목환경공학과 (공학사)
- 1996년 8월 : 고려대학교 고려대학원 토목환경공학과 (공학석사)
- 2002년 12월 : Aibirn University (공학박사)
- 2005년 9월 ~ 현재 : 상명대학교 공과대학 건설시스템공학과 교수

<관심분야>
구조공학, 교량공학, 강구조좌굴, 유지보수

김 용 희(Yong-Hee Kim) **[준회원]**

- 2009년 2월 : 상명대학교 토목환경공학과 (공학사)
- 2009년 3월 ~ 현재 : 상명대학교 공과대학 건설시스템공학과 석사과정

<관심분야>
구조공학, 교량공학, 강구조좌굴, 유지보수

이 규 세(Gyu Sei Yi) **[정회원]**

- 1979년 9월 : 고려대학교 토목공학과 (공학사)
- 1983년 8월 : 고려대학교 토목공학과 (공학석사)
- 1996년 12월 : Uath State Univ. 토목공학과(공학박사)
- 1997년 3월 ~ 현재 : 선문대학교 토목공학과 교수

<관심분야>
구조공학, 콘크리트구조, 구조해석, 합성구조