크리깅을 이용한 한계상태 근사

이승규*
*한국항공우주연구원
e-mail:lsg@kari.re.kr

Limit state approximation using Kriging

Seunggyu Lee*
*Korea Aerospace Research Institute

요 약
시스템의 상태를 함수로 정의할 때, 고장과 정상영역의 경계가 한계상태이다. 한계상태를 명확히 식으로 정의할 수 없고, 한계상태를 파악하기 위해 수치비용이 많이 소모될 때, 한계상태는 크리깅으로 근사할 수 있다. 본 논문에서는 한계상태를 근사하기 위한 크리깅 구성 방안에 대해 검토한다.

1. 서론

시스템 상태를 설계변수의 함수로 표한할 수 있다. 이러한 함수를 성능함수라고 한다. 통상 시스템이 고장일 때, 성능함수가 음의 값을 갖도록 정의한다. 성능함수가 영(Zero)일 때를 한계상태라고 한다. 한계상태는 고장과 정상의 경계이므로 고장판단을 내리는 기준이 된다.

한계상태를 찾기 위해서는 계산시간이 많이 소모되는 수치해석을 반복적으로 수행해야 할 수도 있다. 이 때, 소모되는 수치비용을 줄이기 위해 대리모델이 적용될 수 있다. 대표적인 대리모델 중에 하나가 크리깅이다. 본 논문에서는 비선형 다중 고장영역 예제에 대해 크리깅을 이용해 한계상태를 근사하고 그 결과를 고찰한다.

2. 본론

2.1 크리깅

크리깅은 몇몇 설계변수의 조합으로 이미 계산된 수치해석 결과를 바탕으로 임의의 설계변수에서 성능함수값을 추측할 수 있다. 이미 계산된 수치해석결과를 실험점이라고 한다.

크리깅은 입력된 실험점의 조합에 따라 동일한 점에서 다른 결과를 예측할 수 있다. 따라서, 설계영역의 어느 지점에서 실험점을 추가해야 크리깅의 예측 정확도를 높일지에 대한 연구가 필요하다.

2.2 실험점 선정 방법

크리깅은 임의의 점에서 예측값과 함께 예측의 불확실성을 가늠할 수 있는 수치도 제공한다. 식 (1)에서 $\hat{y}$가 크리깅의 예측값이며, P_i는 실험점이다. 식 (2)에서 σ는 예측값의 표준편차이다. σ가 클수록 예측의 불활실성이 크다고 할 수 있다.

$$\hat{y} = f_k(P_1, P_2, \cdots, P_n) \quad --- (1)$$

$$\sigma = std(\hat{y}) \quad ---(2)$$

최초에는 설계자의 직관에 의해 다수의 실험점을 선정하여 크리깅을 구성하고 식 (2)의 σ 값이 가장 큰 곳에 실험점을 추가하는 과정을 반복할 수 있다. 이렇게 불확실성을 기준으로 실험점을 추가하는 방식은 설계영역 전체에서 시스템의 상태를 잘 근사하기 위한 방안이다. 하지만, 설계영역 전체를 잘 근사하기 보다는 한계상태 근방만 잘 근사하고 나머지 영역은 무시할 수 있다.

Echard[1]는 식 (3)을 학습함수라고 정의하고 이 값이 가장 작은 곳에 크리깅의 실험점을 추가하는 방법을 제안했다. 학습함수는 크리깅 예측값의 절대값을 예측값의 표준편차로 나눈 값이다. 학습함수 값은 한계상태에 가까울수록, 예측의 불확실성이 커질수록 값이 작아진다. 학습함수를 이용하면 한계상태 근방에서 크리깅 예측의 정확도를 높일 수 있다.

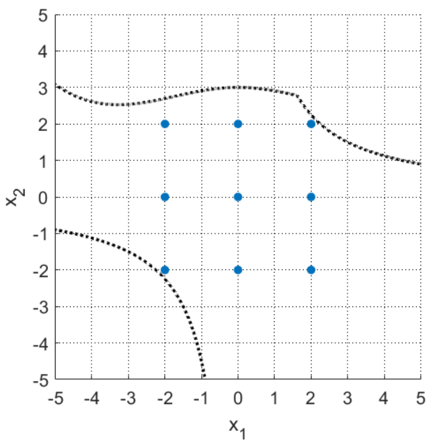
$$U = \frac{|\hat{y}|}{\sigma} \text{ --- (3)}$$

2.3. 수치실험

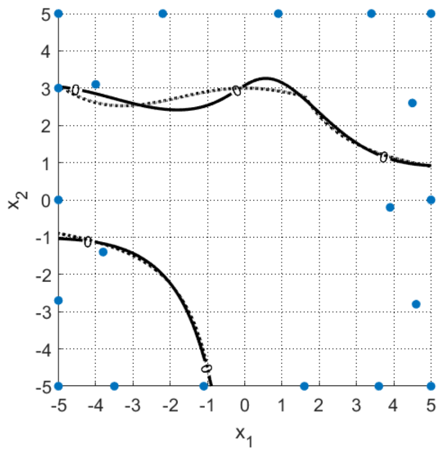
간단한 수치실험을 통해 학습함수를 이용한 크리깅의 한계상태 근사에 대해 좀 더 살펴본다. 식 (4)는 2개의 설계기준으로 이루어진 성능함수이다. 각 설계기준은 비선형이며, 분리된 2개의 고장영역이 존재한다. 식 (4)에서 $g=0$ 일 때, 생성되는 경계가 한계상태이며, 그림 1의 점선과 같다. 최초 실험점은 그림 1에 도시된 9개의 점이다.

$$g = \min\left\{ \begin{array}{c} 2 - x_2 + e^{-\frac{x_2^2}{10}} + \left(\frac{x_1}{5}\right)^4 \\ 4.5 - x_1 x_2 \end{array} \right\} \text{ --- (4)}$$

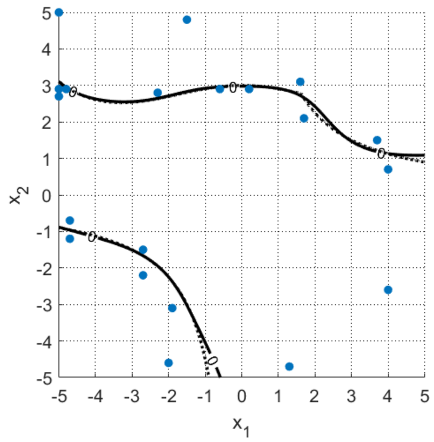
식 (2)의 σ값이 최대인 지점에 하나씩 실험점을 추가하여 총 20개의 실험점을 추가한 결과는 그림 2와 같다. 식 (3)의 학습함수값이 최소인 지점에 총 20개의 실험점을 추가한 결과는 그림 3과 같다. 그림 2, 그림 3에서 점선이 실제의 한계상태이며, 실선은 크리깅으로 근사된 한계상태이다. 그림 3의 크리깅이 한계상태 근방에 더 많은 실험점이 존재하고 실제 한계상태도 더 잘 근사하고 있는 것을 볼 수 있다.



[그림 1] 한계상태와 초기 실험점



[그림 2] 최대 σ를 기준으로 추가된 실험점과 크리깅이 근사한 한계상태



[그림 3] 최소 학습함수 값을 기준으로 추가된 실험점과 크리깅이 근사한 한계상태

3. 결론

크리깅에 실험점을 추가하기 위해서는 긴 시간의 수치해석이 필요할 수 있다. 실험점을 원하는 곳에 집중 생성해서 시간을 줄일 필요가 있다. 설계 과정에서 시스템의 구체적인 성능보다는 고장 여부에만 관심이 있을 때는 학습함수를 이용한 크리깅 근사가 효율적인 대안이 될 수 있다.

참고문헌

[1] B. Echard, N. Gayton and M. Lemaire, "AK-MCS: An active learning reliability method combining Kriging and Monte Carlo simulation," Structural Safety, vol. 33, pp. 145-154, 2011.